

## FRACCIONES ALGEBRAICAS

1 Si  $a = 3$ ,  $b = 2$  y  $c = -5$  encontrar el valor de:

a.  $\frac{a + b - c}{b - a}$

c.  $\frac{a + b + c}{b^2 - 2c}$

b.  $\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2}$

d.  $\frac{(b + c)^2}{a^2 - b^2 + c}$

2 ¿Qué condiciones debe cumplir el número  $x$  para que  $\frac{x + 1}{x} > 1$ ?

3 ¿Qué valores de  $x$  hacen que las siguientes fracciones se indeterminen?

a.  $\frac{x + 2}{x - 3}$

j.  $\frac{x + 7}{2x - 3b}$

b.  $\frac{3x}{2x - 5}$

k.  $\frac{3x - 7}{8 - 2x}$

c.  $\frac{1}{3x + 6}$

l.  $\frac{6x^2 - 8}{4 - x^2}$

d.  $\frac{2x + 1}{4x + 1}$

m.  $\frac{ax + b}{2b - x}$

e.  $\frac{7}{x^2 + 1}$

n.  $\frac{b^2x^2 - 1}{b^2 - x^2}$

f.  $\frac{x + 5}{x^2 - 9}$

ñ.  $\frac{ax - b}{x^2 - 3xb + 2b^2}$

g.  $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - x - 12}$

o.  $\frac{2ax + b}{x^2 + 6x + 9}$

h.  $\frac{2x^2 - 5}{x^2 - 1}$

p.  $\frac{3a}{(x + a)(x - b)}$

i.  $\frac{3ax + b}{x - a}$

q.  $\frac{6x}{x^2 + bx}$

4 ¿Qué valores de  $x$  hacen nulas las siguientes fracciones?

a.  $\frac{x - 3}{x^2 + 5}$

f.  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$

b.  $\frac{x - 2}{x + 3}$

g.  $\frac{3a}{x - 2}$

c.  $\frac{2x}{3 - x}$

h.  $\frac{a^2x + b}{3x - 1}$

d.  $\frac{1 - x}{1 + x}$

i.  $\frac{2ax - b}{3x - 1}$

e.  $\frac{3x + 2}{2x - 3}$

j.  $\frac{x^2 + 4x + 3}{x + 2}$

5 Simplifica las siguientes expresiones hasta obtener una expresión irreducible.

a.  $\frac{6a}{18b}$

k.  $\frac{45a^3b^2c}{30ab^2c^3}$

b.  $\frac{25ax}{35by}$

l.  $\frac{72a^4b^2xy}{84a^2b^3yz}$

c.  $\frac{24a^2}{36b^2}$

m.  $\frac{63x^4y^2}{70x^2y^3}$

d.  $\frac{ab}{ac}$

n.  $\frac{(a + x)(a + b)}{(a - b)(a + x)}$

e.  $\frac{b^2c}{a^2c^2}$

ñ.  $\frac{(a - b)^2}{(a + b)(a - b)}$

f.  $\frac{abx}{bcx}$

o.  $\frac{9a^3b^2}{18a^4b^5}$

g.  $\frac{7ax^2}{21x^2y}$

p.  $\frac{72a^4b^2}{36ab}$

h.  $\frac{3ab^2}{6abc}$

q.  $\frac{(x - 6)(x - 7)}{(x - 3)(x - 6)}$

i.  $\frac{30a^2x^2}{18b^2y^2}$

r.  $\frac{3x^2(x + 6)(x - 7)}{9x(x - 7)(x + 8)}$

j.  $\frac{16p^2q^2}{26q^2r^2}$

s.  $\frac{ax(a - b)}{bx(a + b)}$

- 6 Factoriza las siguientes expresiones y luego simplificar lo máximo posible.

a.  $\frac{ax - ay}{bx - by}$

k.  $\frac{p^2 - 11p + 28}{p^2 - 5p - 14}$

b.  $\frac{2ab - 3b}{2b^2 - b}$

l.  $\frac{4 - x^2}{(x + 2)^2}$

c.  $\frac{3ax - 2bx}{6a - 4b}$

m.  $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1}$

d.  $\frac{18pq - 9q^2}{4p^2 - 2pq}$

n.  $\frac{a^2 - 7a - 44}{a^2 + 2a - 8}$

e.  $\frac{3mn - 6m^2}{9n - 18m}$

ñ.  $\frac{a^4 - 1}{a^3 - a}$

f.  $\frac{4mx + 6nx}{4nx + 6mx}$

o.  $\frac{a^3 - 6a^2 - 40a}{a^4 + 8a^3 + 16a^2}$

g.  $\frac{a^2 - 1}{a + 1}$

p.  $\frac{ab - ay - bx + xy}{ab - ay + bx - xy}$

h.  $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 5x + 6}$

q.  $\frac{ab - 5b - 3a + 15}{a^2 - 25}$

i.  $\frac{a^2 - 16}{a^2 - 8a + 16}$

r.  $\frac{ab + 3a - 2b - 6}{(a^2 - 4)(b^2 - 9)}$

j.  $\frac{x^2 - 2x}{x^3 - 6x^2}$

s.  $\frac{(b^2 - 4c^2)(a^2 - b^2)}{b^2 + ab + 2ac + 2bc}$

- 7 Dada la fracción  $\frac{x - 2}{x^2 - 9}$  establecer:

- ¿Qué valores de  $x$  la indeterminan?
- ¿Qué valores de  $x$  la hacen nula?
- Para que valores de  $x$  es positiva.

- 8 Factoriza las siguientes expresiones y luego simplifica lo máximo posible.

a.  $\frac{a^2 - ab - 6b^2}{a^2 + 4ab + 4b^2}$

b.  $\frac{p^3 + 7p^2 - 9p - 63}{p^2 + 10p + 21}$

## OPERATORIA CON FRACCIONES

- 1 Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones.

a.  $\frac{2a}{3b} \cdot \frac{4c}{7d}$

e.  $\frac{4b^2}{21a^2} : \frac{6ab}{35a^3}$

b.  $\frac{4x}{3y} : \frac{5a}{4b}$

f.  $\frac{x^4}{3y^2} \cdot \frac{9x^6}{5y}$

c.  $\frac{5a}{8b} \cdot \frac{7b}{9a}$

g.  $\frac{10x^2y^2}{7z^2} : \frac{15xy^2}{14xz^2}$

d.  $\frac{7ab}{9c^2} : \frac{4ac}{b^2}$

h.  $\frac{6abx}{55b^2y^2} \cdot \frac{77b^3xy^2}{9abx}$

- 2 Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones factorizando previamente e indicando las restricciones.

a.  $\frac{2a - 4b}{6a^2 + 3ab} \cdot \frac{a^3}{a^2 - 4b^2}$

b.  $\frac{3a^2 - 15a}{a^2 + 12a + 35} \cdot \frac{a^2 + 14a + 49}{a^4 - 25a^2}$

c.  $\frac{x^2 - ax}{x^2 + a^2} : \frac{a(x - a)}{x^2}$

d.  $\frac{bx - ab}{a^2} : \frac{x^2 - 2ax + a^2}{b^2}$

e.  $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^3} \cdot \frac{x^3 - x^2}{xy - y}$

f.  $\frac{6a + 4b}{3a - 3b} \cdot \frac{9a^2 - 9b^2}{36a^2 + 48ab + 16b^2}$

g.  $\frac{5p + 10q}{p^2 + p - 20} : \frac{p^2 - 4q^2}{p^2 - p - 12}$

h.  $\frac{4m^2 + 12mn + 9n^2}{m^3 + m^2} : \frac{6m + 9n}{m^2 - 1}$

$$i. \frac{4x-2y}{x^2-y^2} \cdot \frac{6x-6y}{y^2} \cdot \frac{x^2}{18x-9y}$$

$$j. \frac{x^2+x-6}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-8} \cdot \frac{x^2+6x+5}{x^2-16}$$

3 Encuentra el mínimo común múltiplo de las siguientes expresiones.

a.  $b, 2b, 3b$

b.  $p, p^2, p^3$

c.  $2a, 3b, a^2b$

d.  $4a, 6a, 3b$

e.  $x^2, 2x, 6$

f.  $a, ax, 2a^2x^2$

g.  $8a^3, 4b^2, 12x$

h.  $2a, 3b, 4c$

i.  $6a^2b, 8ab^2, 12a^2b^2$

j.  $24a^2bx^4, 16a^3b^2x$

k.  $36m^6p^4q^2, 24m^2p^3q^4$

l.  $40a^2b, 25b^2c, 10a^2c^2$

m.  $4a^2p^3, 6bq^2, 9ac^3$

n.  $15x^2y^2z^2, 9x^3y^2z, y^4z^2$

ñ.  $21m^4n, 14n^3p^2, 6mnp^4$

4 Encuentra el mínimo común múltiplo de las siguientes expresiones factorizando previamente cuando sea necesario.

a.  $2a-2, a^2-1$

b.  $a, a+1, a+2$

c.  $x^2, x^2-1, x+1$

d.  $a^3, a^2, a^2+1$

e.  $4x-4, 6x-6$

f.  $2x-4y, 16x^2-64y^2$

g.  $1+x, 1-x^2, 1+x$

h.  $3x-12, 6x-3$

i.  $x^2-4, x^2-9$

j.  $a^2-25, a^2-7a+10$

k.  $x^4-1, x^2-1, x-1$

l.  $x^2-2x+1, x^2-3x+2$

m.  $p^2-36, p^2+7p+6$

n.  $u^3-12u^2+32u, u^4-4u^3-32u^2$

5 Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones.

a.  $\frac{2a}{3} + \frac{5a}{7}$

g.  $\frac{2a-b}{a} + \frac{2b+a}{b}$

b.  $\frac{4a}{5} + \frac{5b}{6}$

h.  $\frac{ax-b}{c} - \frac{cx-b}{a}$

c.  $\frac{a^2}{4} - \frac{2a}{9}$

i.  $\frac{a^2+b^2}{2a} + \frac{b^2-a^2}{3b}$

d.  $\frac{4xy}{5} - \frac{2x}{7}$

j.  $\frac{5x-2y}{3x} + \frac{3x+y}{4y}$

e.  $\frac{a-b}{6} + \frac{4a+3b}{2}$

k.  $\frac{2x-1}{5x} - \frac{x-y}{8x}$

f.  $\frac{2m-3n}{8} - \frac{4m-2n}{3}$

6 Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones factorizando previamente cuando sea necesario.

a.  $\frac{2a}{a-b} + \frac{b}{a+b}$

b.  $\frac{4x}{x-1} - \frac{3x-1}{x+3}$

c.  $\frac{x-1}{3x-6} + \frac{2x-3}{4x-8}$

d.  $\frac{2a-5}{8a-6} - \frac{3-2a}{12a-9}$

e.  $\frac{x+y}{x-y} + \frac{2x-y}{x}$

f.  $\frac{2p+q}{4p-2q} - \frac{6p-q}{2p-q}$

g.  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{xy}$

h.  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2-1}$

i. 
$$\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{x - 2} - \frac{5}{x + 2}$$

j. 
$$\frac{6}{x} - \frac{3}{x - 2} - \frac{4}{x^2}$$

k. 
$$\frac{ab}{a + 1} - \frac{b}{a} + \frac{a}{4a + 4}$$

l. 
$$\frac{2p + q}{4p - 6q} - \frac{q}{2p - 3q} + \frac{p}{4}$$

m. 
$$\frac{5}{a^2 - 5a - 6} + \frac{4}{a^2 - 4}$$

n. 
$$\frac{x - 3}{x^2 + 7x + 6} - \frac{2x - 1}{x^2 + 5x - 6}$$

ñ. 
$$\frac{12}{a^2 - 4a - 5} + \frac{2}{a + 1} + \frac{3}{a - 5}$$

o. 
$$\frac{p + q}{p - q} + \frac{p - q}{p + q} - \frac{4pq}{p^2 - q^2}$$

p. 
$$\frac{u + 3}{u^2 + 6u + 8} - \frac{u - 3}{u^2 + 8u + 16}$$

q. 
$$\frac{m - 7}{m^2 - 2m - 15} - \frac{m + 5}{m^2 + 7m + 12}$$

r. 
$$\frac{3x + 2}{x^2 + 5x + 6} + \frac{2 - 4x}{x^2 + x - 2} + \frac{3x - 7}{x^2 + 2x - 3}$$

s. 
$$\frac{a - 6}{a^2 - 1} + \frac{a - 1}{a^2 + 9a + 8} - \frac{a + 1}{a^2 + 7a - 8}$$

- 7 Determina la expresión por la cual deben ampliarse cada una de las siguientes fracciones de modo que su denominador sea lo más simple posible.

a. 
$$\frac{a}{4a - 8b}, \frac{b}{3a - 6b}, \frac{4}{6a + 12b}, \frac{a^2}{a^2 - 4b^2}$$

b. Suma las fracciones del ejercicio a.

- 8 Resuelve los siguientes ejercicios combinados.

a. 
$$\frac{\frac{a}{x} + \frac{a}{y}}{\frac{a - b}{xy} - \frac{2b}{y}}$$

b. 
$$\left( \frac{2a}{3b} + \frac{3a}{2b} \right) \cdot \left( \frac{a + b}{a - b} - \frac{a - b}{a + b} \right)$$

c. 
$$\left( \frac{x + 2y}{x - 2y} - \frac{x}{x + 2y} \right) \cdot \left( \frac{2y}{3x + 2y} + \frac{3x + 2y}{3x - 2y} \right)$$

d. 
$$\frac{9p - 6q}{4p + 6q} \cdot \frac{8p + 12q}{4p + 2q} \cdot \frac{4p^2 + 4pq + q^2}{9p^2 - 4q^2}$$

e. 
$$\left( \frac{x}{x - a} + \frac{a}{a - x} \right) \cdot \left( \frac{x^2 - a^2}{x} \cdot \frac{4a - 4x}{x^2 + 2ax + a^2} \right)$$

f. 
$$\left( \frac{x - 9}{x^2 + 5x + 6} \cdot \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 10x + 9} \right) \cdot \left( \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{3}{x + 2} \right)$$

g. 
$$\frac{\frac{3x}{x - y} - \frac{2x}{x + y}}{\frac{4y}{x^2 - 2xy + y^2} - \frac{3y}{x^2 + 2xy + y^2}}$$

h. 
$$x + \frac{1}{x + \frac{1}{x - \frac{1}{x}}}$$

i. 
$$\frac{2}{x - \frac{2}{x + \frac{2}{x}}}$$